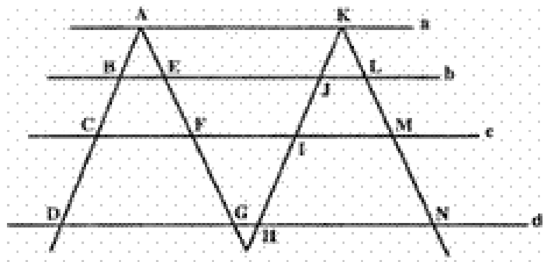
Na figura, em que a // b // c // d, temos que AD + AG + HK + KN = 180 cm. $\frac{AE}{AB} = \frac{3}{2}$; $\frac{JK}{AB} = \frac{9}{5}$; $\frac{KL}{AB} = \frac{27}{10}$; $\overline{AB}, \overline{BC}$ ***e*** $\overline{CD}$ ***são proporcionais a 2,3 e 4 respectivamente. O valor de CD é:***

a) 20

b) 20/7

c) 200/17

d) 80/7



Esse exercício se decompõe em três partes:

1ª: Deixar AE, JK, KL, BC e CD em função de AB;

2ª: Aplicar o Teorema de Tales para encontrar os valores dos segmentos: AD, AG, HK, e KN em função de AB;

3ª: Jogar na igualdade "AD + AG + HK + KN = 180 cm" os valores encontrados, achando o valor de AB e, posteriormente, determinar o valor de CD.

<u>Primeira Parte:</u> Vamos chamar o valor de AB de x, só para facilitar a escrita (AB = x). Do enunciado temos que:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AE}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2 \cdot AE = 3 \cdot x \Rightarrow \boxed{AE = \frac{3x}{2}}$$

$$\frac{JK}{AB} = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{JK}{x} = \frac{9}{5} \Rightarrow 5 \cdot JK = 9 \cdot x \Rightarrow \boxed{JK = \frac{9x}{5}}$$

$$\frac{KL}{AB} = \frac{27}{10} \Rightarrow \frac{KL}{x} = \frac{27}{10} \Rightarrow 10 \cdot KL = 27 \cdot x \Rightarrow \boxed{KL = \frac{27x}{10}}$$

Da proporção de AB, BC e CD temos que:

$$\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} = \frac{CD}{4} \Longrightarrow \frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} \quad e \quad \frac{AB}{2} = \frac{CD}{4}$$

$$\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{BC}{3} \Rightarrow 3x = 2BC \Rightarrow \boxed{BC = \frac{3x}{2}}$$

$$\frac{AB}{2} = \frac{CD}{4} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{CD}{4} \Rightarrow 4x = 2CD \Rightarrow CD = \frac{4x}{2} \Rightarrow \boxed{CD = 2x}$$

<u>Segunda Parte:</u> Aplicar o Teorema de Tales da primeira reta com as outras três retas para encontrar os valores de AD, AG, HK e KN:

Para achar o valor de AD não é preciso do Teorema, vamos simplesmente somar AB + BC + CD = AD:

$$AD = AB + BC + CD = x + \frac{3x}{2} + 2x \quad \Rightarrow \quad AD = \frac{2x + 3x + 4x}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{AD = \frac{9x}{2}}$$

Aplicando o Teorema para as restas que contém AD e AG, encontraremos AG:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AG} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{\frac{9x}{2}} = \frac{\frac{3x}{2}}{AG} \quad \Rightarrow \ x \cdot AG = \frac{9x}{2} \cdot \frac{3x}{2} \Rightarrow \ x \cdot AG = \frac{27x^2}{4} \Rightarrow \ AG = \frac{27x^2}{4x} \Rightarrow \ \boxed{AG = \frac{27x}{4}}$$

Aplicando o Teorema para as restas que contém AD e HK, encontraremos HK:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{JK}{HK} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{\frac{9x}{2}} = \frac{\frac{9x}{5}}{HK} \quad \Rightarrow \ x \cdot HK = \frac{9x}{2} \cdot \frac{9x}{5} \Rightarrow \ x \cdot HK = \frac{81x^2}{10} \Rightarrow \ HK = \frac{81x^2}{10x} \Rightarrow \ \boxed{HK = \frac{81x}{10}}$$

Aplicando o Teorema para as restas que contém AD e KN, encontraremos KN:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{KL}{KN} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{\frac{9x}{2}} = \frac{\frac{27x}{10}}{KN} \quad \Rightarrow \ x \cdot KN = \frac{9x}{2} \cdot \frac{27x}{10} \Rightarrow x \cdot KN = \frac{243x^2}{20} \Rightarrow KN = \frac{243x^2}{20x} \Rightarrow \boxed{KN = \frac{243x}{20}}$$

<u>Terceira Parte:</u> Utilizar a igualdade "AD + AG + HK + KN = 180 cm" para achar o valor de AB:

$$AD + AG + HK + KN = 180 \ \Rightarrow \frac{9x}{2} + \frac{27x}{4} + \frac{81x}{10} + \frac{243x}{20} = 180 \ \Rightarrow \frac{90x + 135x + 162x + 243x}{20} = 180$$

$$\Rightarrow \frac{630x}{20} = 180 \quad \Rightarrow \quad 630x = 20.180 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3600}{630} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{40}{7} \quad \Rightarrow \quad \boxed{AB = \frac{40}{7} cm}$$

Finalmente, podemos encontrar o valor de CD:

$$CD = 2AB \quad \Rightarrow \quad CD = 2 * \frac{40}{7} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{CD = \frac{80}{7} cm}}$$

*Logo, a resposta é **Letra D**.*